i. Le mouvement est-il irrotationnel ?

A. Vecteur $\vec{v}$

D'après la question précédente on a :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\,\vec{v} = \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_3}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w + w = 2w \end{pmatrix} \neq 0$$

Donc le mouvement de vecteur $\vec{v}$ est irrotationnel.

B. Vecteur $\vec{w}$

D'après la question précédente on a :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\,\vec{w} = \vec{\nabla} \wedge \vec{w} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_3}{\partial x_2} - \frac{\partial w_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial w_1}{\partial x_3} - \frac{\partial w_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial w_2}{\partial x_1} - \frac{\partial w_1}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\alpha x_1 - 2\alpha x_2 \end{pmatrix} \neq 0$$

Donc le mouvement de vecteur $\vec{w}$ est irrotationnel.

Exercice 2 : Propriétés d'un fluide

$$P = 47000N = Mg \Rightarrow M = \frac{P}{g} = \frac{47000}{9.81} = 4791.03kg$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{4791.03}{6} = 798.5\ kg/m^3$$

$$\varpi = \rho g = 7833.33\ N/m^3$$

Exercice 3 : Contrainte de cisaillement

1. Vitesse linéaire

U=Ay+B

Pour y=0.0, on a U=0 alors B=0

Pour y=0.075m, on a U=1.125, alors U=1,125=A × 0.075 donc A=15

On obtient finalement U=15 × y

Le gradient de vitesse : dU/dy=15 S^{-1} et τ=μ dU/dy=0.048×15=0.72 Pa pour toute les valeurs de y compris entre0 à 75 mm.

2. Vitesse parabolique

$U=Ay^2+By+C$

Pour y=0.0, on a U=0 alors C=0

Pour y=0.075, on a U=1.125, alors $U=1.125=A \times (0.075)^2+B \times 0.075$ (1)

Ainsi pour y=0.075 U=Umax c.-à-d. $dU/dy=2\times A\times y+B=0.0$

$\rightarrow dU/dy=2\ A \times 0.075+B=0.0 \rightarrow B=-0,15A$

En remplaçant la valeur de B dans l'équation (1) de la vitesse, on obtient A=-200

$U=-200\ y^2+30\ y$ et $dU/dy=-400\ y+30$

Exercice 4 : Nombre de Reynolds R_e

On calcule le nombre de Reynolds : **$R_e = (V.d)/ \nu$**

1. R_e = (10,5*3*0.01)/ 1,10^{-6}= 315000 ⟩⟩100000 : (l'écoulement est **turbulent rugueux**).
2. R_e = (10,5*3*0.01)/110,10^{-6}=2863,63 : (2000⟨*R*⟨100000 l'écoulement est **turbulent lisse**).
3. Re = (10,5*3*0.01)/ 290,10- 6 =1086,2 : (R⟨ 2000 donc l'écoulement est **laminaire**).

Exercice 5 : Régime d'écoulement

1) Viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d.\rho_{eau}}$ A.N. $\nu = \frac{0,11}{1000.0,932} = 118.10^{-6}\ m^2/s$

2) Vitesse d'écoulement : $V = \frac{4.q_v}{\pi.D^2}$ A.N. $V = \frac{4.19,7.10^{-3}}{\pi.0,25^2} = 0,4013\ m/s$

3) Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V.D}{\nu}$ A.N. $Re = \frac{0,4013.0,25}{118.10^{-6}} = 850,222$

4) Re < 2000 donc l'écoulement est laminaire.

Exercice 6 : Tension superficielle

Calculer la constante de tension superficielle du liquide

$h = 2A/\rho gr$; $A = h\rho gr/2$. AN : $A = 1,5.10^{-2}\times1,05.10^{3}\times10\times0,5.10^{-3}/2 = 3,93.10^{-2}$ N.m^{-1}